

VZOROVÝ STIPENDIJNÍ TEST Z MATEMATIKY

1. Lyžařského zájezdu se zúčastnilo 44 osob. Mužů bylo o pět méně než žen, dětí o šestadvacet méně než dospělých. Kolik tam bylo mužů, žen a dětí?

2. Vyberte ekvivalentní tvrzení k výroku: Eva umí lyžovat nebo bruslí.

- a) Jestliže Eva nebruslí, pak umí lyžovat.
- b) Jestliže Eva umí lyžovat, nebruslí.
- c) Nebruslí-li Eva, neumí lyžovat.
- d) Eva umí lyžovat pouze za předpokladu, že nebruslí.
- e) Jestliže Eva umí lyžovat, bruslí.

3. Určete parametr m (kde m je reálné číslo) tak, aby rovnice měla jeden dvojnásobný kořen.

$$x^2 - x + mx + 1 = 0$$

4. Karel měl ve skříni čtyři stejné páry gumáků a pět stejných párů galoší. Ty mu někdo naházel do pytle a vhodil do temného sklepa. Kolik nejméně musí vytáhnout z pytle bot (nikoli párů), aby měl jistotu, že vybral jeden pár stejných bot?

- a) dva
- b) tři
- c) devět
- d) deset
- e) osmnáct

5. Uveďte, kdy má výraz smysl, a pak upravte:

$$\frac{x-y}{xy+x^2} \cdot \frac{x^4-y^4}{y^2-2xy+x^2}$$

6. Ve školní sbírce mají brouky a pavouky. Dohromady je jich osm a mají 54 nohou. Kolik je ve sbírce pavouků a kolik brouků? (Pro slabší v biologii – pavouk má osm nohou, brouk šest.)

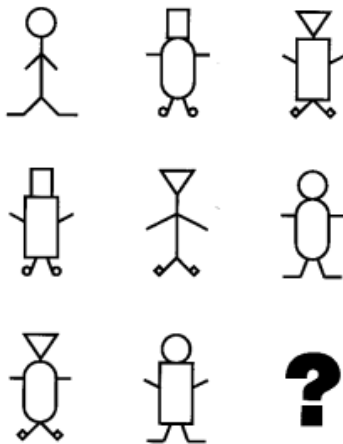
7. Jakých hodnot může nabývat funkce:

$$f : y = \sin(x^3 - 1)$$

8. Řešte v \mathbb{R} :

$$\frac{3 + |x|}{3 - |x|} = -3$$

9. Dokreslete panáčka místo otazníku.



10. Když od součtu dvou libovolných čísel odečtu jejich rozdíl, dostanu vždy dvojnásobek druhého čísla. Proč?

11. Kolik signálů lze vytvořit, máme-li k dispozici 4 různé praporky? (Praporky se v rámci jednoho signálu neopakují.)

12. Sedlák má na loďce převézt vlka, kozu a zelí. Do loďky se však vejde buď on s kozou nebo s vlkem, nebo se zelím. Jak to udělá, aby koza nezůstala jenom s vlkem (vlk sní kozu) nebo jenom se zelím (koza sní zelí)?

13. Řešte v \mathbb{R} :

$$\log \sqrt{x} + \log^2 \sqrt{x} + \log \sqrt[2]{x} = \frac{62}{30}$$

14. Načrtněte graf funkce, určete její maximum, resp. minimum.

$$f : x^2 - 4x + 4$$

15. Jakým způsobem byla utvořena tato posloupnost čísel?

a) 5 15 12 36 33 99 96

b) 10 11 6 7 2 3 -2

c) 1 1 2 4 5 25 26

d) 5 7 4 6 3 5 2

16. Určete chybějící souřadnici vektoru u tak, aby vektory u a v byly na sebe kolmé.

$$u(u1;-2); v(4;10)$$

17. Vajíčko na tvrdo se má vařit 15 minut. Jak tento čas odměříte, když máte po ruce jen přesýpací hodiny, které ukazují 7 minut, a druhé, které ukazují 11 minut. Obrátit můžete čtyřikrát nebo třikrát. Uveďte obě řešení, pokud je znáte.

18. Jaká je pravděpodobnost, že při vrhu třemi kostkami padnou

a) jen lichá čísla;

b) jen lichá čísla, nebo samé čtyřky.

19. Zvětšete číslo 220 o 22%.

20. Ze stejné konečné stanice vyjíždějí ráno v 5 hodin 10 minut čtyři tramvaje na různé linky. První se do stanice vrací za 1 hodinu, druhá za 40 minut, třetí za 2 hodiny a čtvrtá za 1 hodinu 20 minut. V kolik hodin nejdříve se opět všechny tramvaje v této stanici setkají?

SPRÁVNÉ ODPOVĚDI

1. Lyžařského zájezdu se zúčastnilo 44 osob. Mužů bylo o pět méně než žen, dětí o šestadvacet méně než dospělých. Kolik tam bylo mužů, žen a dětí?

Řešení: 15 mužů, 20 žen, 9 dětí

2. Vyberte ekvivalentní tvrzení k výroku: Eva umí lyžovat nebo bruslí.

- a) Jestliže Eva nebruslí, pak umí lyžovat.
- b) Jestliže Eva umí lyžovat, nebruslí.
- c) Nebruslí-li Eva, neumí lyžovat.
- d) Eva umí lyžovat pouze za předpokladu, že nebruslí.
- e) Jestliže Eva umí lyžovat, bruslí.

3. Určete parametr m (kde m je reálné číslo) tak, aby rovnice měla jeden dvojnásobný kořen.

$$x^2 - x + mx + 1 = 0$$

Řešení: $m = +3; -1$

4. Karel měl ve skříni čtyři stejné páry gumáků a pět stejných párů galoší. Ty mu někdo naházel do pytle a vhodil do temného sklepa. Kolik nejméně musí vytáhnout z pytle bot (nikoli párů), aby měl jistotu, že vybral jeden pár stejných bot?

- a) dva
- b) tři
- c) devět
- d) deset
- e) osmnáct

5. Uveďte, kdy má výraz smysl, a pak upravte:

$$\frac{x-y}{xy+x^2} \cdot \frac{x^4-y^4}{y^2-2xy+x^2}$$

Řešení: Podmínky $x \neq \pm y$, upravený výraz je $\frac{(x^2+y^2)}{x}$

6. Ve školní sbírce mají brouky a pavouky. Dohromady je jich osm a mají 54 nohou. Kolik je ve sbírce pavouků a kolik brouků? (Pro slabší v biologii – pavouk má osm nohou, brouk šest.)

Řešení: 3 pavouci, 5 brouků

7. Jakých hodnot může nabývat funkce:

$$f : y = \sin(x^3 - 1)$$

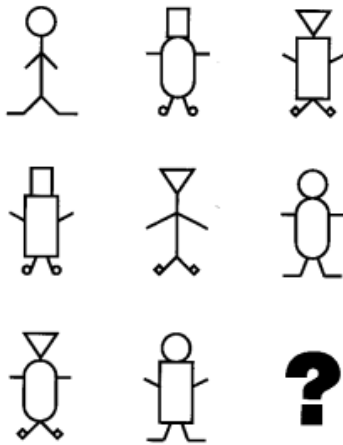
Řešení: uzavřený interval $\langle -1; +1 \rangle$, neboť $x^3 - 1$ nabývá všech hodnot reálných čísel

8. Řešte v \mathbb{R} :

$$\frac{3 + |x|}{3 - |x|} = -3$$

Řešení: $-6; +6$. Řešíme ve dvou intervalech podle nulového bodu absolutní hodnoty

9. Dokreslete panáčka místo otazníku.



Řešení:



10. Když od součtu dvou libovolných čísel odečtu jejich rozdíl, dostanu vždy dvojnásobek druhého čísla. Proč?

Řešení: $(a + b) - (a - b) = a - a + b + b = 2b$.

11. Kolik signálů lze vytvořit, máme-li k dispozici 4 různé praporky? (Praporky se v rámci jednoho signálu neopakují.)

Řešení: 64

12. Sedlák má na loďce převést vlka, kozu a zelí. Do loďky se však vejde buď on s kozou nebo s vlkem, nebo se zelím. Jak to udělat, aby koza nezůstala jenom s vlkem (vlk sní kozu) nebo jenom se zelím (koza sní zelí)?

Řešení:

1. Nejprve sedlák odveze kozu a vrátí se.

2. Naloží vlka/zelí/ a vyloží na straně, kde je nyní koza.

3. Kozu vezme zpět na loďku a jede pro zelí /vlka/.

3. Kozu vyloží na původní místo a naloží zelí/vlka/, které převezme a vyloží na druhé straně.

4. Vráť se nakonec pro kozu.

13. Řešte v \mathbb{R} :

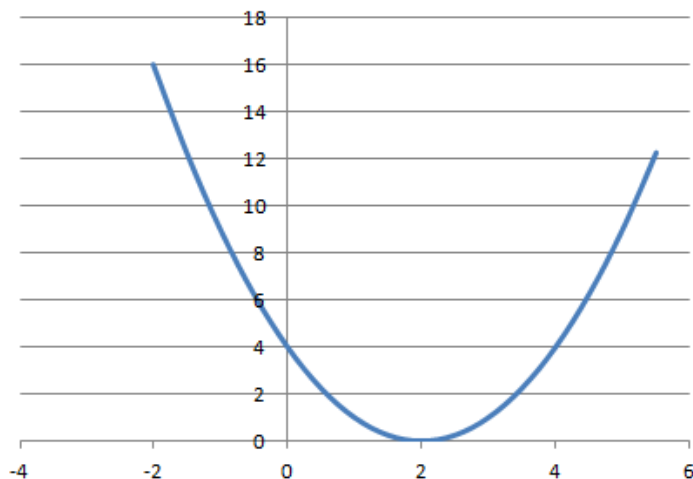
$$\log \sqrt{x} + \log^2 \sqrt{x} + \log \sqrt[3]{x} = \frac{62}{30}$$

Řešení: $x = 100$

14. Načrtněte graf funkce, určete její maximum, resp. minimum.

$$f : x^2 - 4x + 4$$

Řešení: parabola nahoru, vrchol [2;0] (minimum), zároveň průsečík s osou x, průsečík s osou y [0;4], symetricky [4;4].



15. Jakým způsobem byla utvořena tato posloupnost čísel?

- a) 5 15 12 36 33 99 96
b) 10 11 6 7 2 3 -2
c) 1 1 2 4 5 25 26
d) 5 7 4 6 3 5 2

Řešení:

a) každé číslo v lichém pořadí se násobí hodnotou 3 ($5 \cdot 3 = 15, \dots$), ke každému číslu v sudém pořadí se odečte hodnota 3 ($15 - 3 = 12, \dots$) – stejný postup aplikovatelný i u b), c) a d)

b) plus 1, minus 5;

c) umocnit, plus 1;

d) plus 2, minus 3.

16. Určete chybějící souřadnici vektoru u tak, aby vektory u a v byly na sebe kolmé.

$$u(u_1; -2); v(4; 10)$$

Řešení: $u_1 = 5$

17. Vajíčko na tvrdo se má vařit 15 minut. Jak tento čas odměříte, když máte po ruce jen přesýpací hodiny, které ukazují 7 minut, a druhé, které ukazují 11 minut. Obrátit můžete čtyřikrát nebo třikrát. Uveďte obě řešení, pokud je znáte.

Řešení:

Vajíčko uvařené na 4 obraty:

1. Otočím oboje hodiny a dávám vařit vajíčko
2. Když skončí hodiny se 7 minutami, otočím je znovu
3. Až skončí hodiny s 11 minutami, tak otočím hodiny se 7 minutami, tj. budou sypat ještě další 4 minuty.
4. Až skončí hodiny se 7 minutami, tak je vajíčko uvařeno

Vajíčko uvařené na 3 obraty:

1. Otočím oboje hodiny
2. Když 7 minut skončí, dám vařit vajíčko
3. Když skončí 11 minut, tak obrátím hodiny se 7 minutami
4. Až skončí 7 minut, tak je uvařeno.

18. Jaká je pravděpodobnost, že při vrhu třemi kostkami padnou

- a) jen lichá čísla;
- b) jen lichá čísla, nebo samé čtyřky.

Řešení: a) jen lichá čísla $1/8$; b) jen lichá čísla nebo samé čtyřky $7/54$.

19. Zvětšete číslo 220 o 22%.

Řešení: 268,4

20. Ze stejné konečné stanice vyjíždějí ráno v 5 hodin 10 minut čtyři tramvaje na různé linky. První se do stanice vrací za 1 hodinu, druhá za 40 minut, třetí za 2 hodiny a čtvrtá za 1 hodinu 20 minut. V kolik hodin nejdříve se opět všechny tramvaje v této stanici setkají?

Řešení: Nejdříve se setkají v 9 hodin 10 minut. (Tedy čtyři hodiny po výjezdu.)